

绵阳市高中 2021 级第三次诊断性考试

理科数学

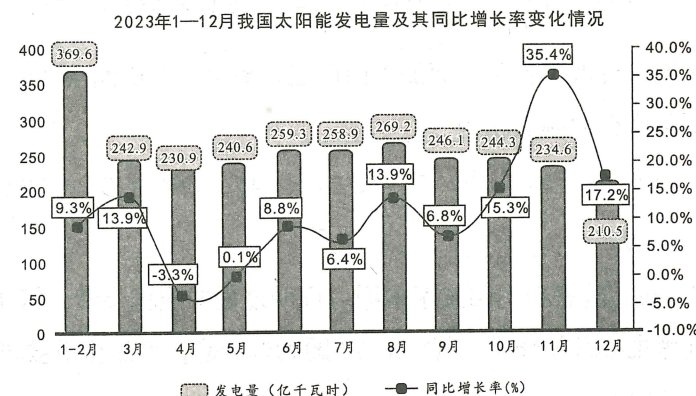
注意事项：

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
- 考试结束后，将答题卡交回。

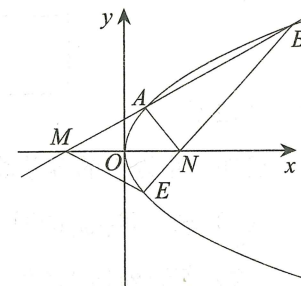
一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 已知复数 $z = 2 - i$ ，则 $|z^2| =$
A. $\sqrt{5}$ B. 4 C. 5 D. 25
- 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | x^2 < 16\}$ ， $B = \{x | x - 2 \leq 0\}$ ，则 $A \cap B =$
A. $\{2, 3\}$ B. $\{0, 1, 2\}$
C. $\{x | 2 \leq x \leq 4\}$ D. $\{x | 2 < x < 4\}$
- 如右图是一个几何体的三视图，则该几何体的体积为
A. 16 B. 24
C. 40 D. 48
- 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，满足 $a_1 = 1$ ， $S_4 = 3S_3 + 1$ ，则 $a_3 =$
A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. 9 D. 27
- 若函数 $f(x) = \cos(\pi x + \varphi)$ 的图象关于直线 $x = \frac{3}{2}$ 对称，下列选项中，() 不是 $f(x)$ 的零点
A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. 0 D. 2
- 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \lg(-x+1), & x \leq 0 \\ x^3 - ax, & x > 0 \end{cases}$ ，存在 x_0 使得 $f(x_0) < 0$ ，则实数 a 的取值范围是
A. $(-\infty, -1]$ B. $(-\infty, 0)$ C. $[0, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$
- 将甲、乙、丙、丁 4 人分配到 3 个不同的工作岗位，每人只去一个岗位，每个岗位都要有人去，则甲、乙二人分别去了不同岗位的概率是
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{6}$

- 国家统计局统计了 2023 年全国太阳能月度发电量当期值（单位：亿千瓦时），并与上一年同期相比较，得到同比增长率（注：同比增长率 = $\frac{\text{今年月发电量} - \text{去年同期月发电量}}{\text{去年同期月发电量}} \times 100\%$ ），如右统计图，下列说法不正确的是



- 2023 年第一季度的发电量平均值约为 204
 - 2023 年至少有一个月的发电量低于上一年同期发电量
 - 2022 年 11 月发电量也高于该年 12 月发电量
 - 2023 年下半年发电量的中位数为 245.2
- 在半径为 r 的 $\odot O$ 中，弦 AB 的长度为 a ，则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO}$ 的值为
A. $\frac{ar}{2}$ B. $\frac{a^2}{2}$ C. ar D. 与 $\angle CAB$ 有关
 - 在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB \perp BD$ ，且 $AB = BD = 4$ ， $BC = 2\sqrt{5}$ ，沿对角线 BD 将三角形 ABD 折起，所得四面体 $A-BCD$ 外接球的表面积为 32π ，则异面直线 AB 与 CD 所成角为
A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°
 - 已知函数 $f(x) = a(e^x - e^{-x} + \frac{1}{3}x^3) - bx$ 既有极大值，也有极小值，则下列关系式中一定成立的是
A. $b > 2a$ B. $b < 2a$ C. $b = 2a$ D. $b^2 > 4a^2$
 - 如图，过点 $M(-1, 0)$ 的直线交抛物线 $C: y^2 = 2x$ 于 A, B 两点，点 A 在 M, B 之间，点 N 与点 M 关于原点对称，延长 BN 交抛物线 C 于 E ，记直线 AN 的斜率为 k_1 ，直线 ME 的斜率为 k_2 ，当 $k_1 = 3k_2$ 时， $\triangle ABN$ 的面积为
A. 1 B. $\sqrt{2}$
C. $\sqrt{3}$ D. 2



二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 在 $(2-\sqrt{x})^5$ 的展开式中， x^2 的系数为_____.

14. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{n} = 1 (m>0, n>0)$ ，若 $\frac{m}{n} = 2$ ，则该双曲线的离心率为_____.

15. 底面半径为 4 的圆锥被平行于底面的平面所截，截去一个底面半径为 1，母线长为 3 的圆锥，则所得圆台的侧面积为_____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 边上一点， $BD=4CD$ ，若 $AC^2 = BC \cdot CD$ ， $\angle BAD=2\angle DAC$ ，且 $AD^2 = \sqrt{5} - 1$ ，则 $BD =$ _____.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一) 必考题：共 60 分.

17. (12 分)

某工厂工程师对生产某种产品的机器进行管理，选择其中一台机器进行参数调试. 该机器在调试前后，分别在其产品中随机抽取样本数据进行统计，制作了如下列联表：

产品	合格品	淘汰品
调试前	24	16
调试后	48	12

(1) 根据列联表分析，是否有 95% 的把握认为参数调试改变产品质量？

(2) 如果将合格品频率作为产品的合格概率. 工程师从调试后生产的大量产品中，依次随机抽取 6 件产品进行检验，求抽出的 6 件产品中不超过 1 件淘汰品的概率 p . (参考数据： $0.8^5 = 0.32768$ ， $0.8^6 = 0.262144$)

$$\text{附： } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

18. (12 分)

已知首项为 1 的等差数列 $\{a_n\}$ 满足： a_1, a_2, a_3+1 成等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足： $a_1 b_n + a_2 b_{n-1} + \cdots + a_n b_1 = 3^n - 1$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

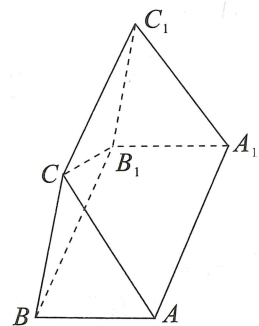
19. (12 分)

如图，已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 $\frac{3}{2}$ ，点 C 在平面 ABB_1A_1

内的射影落在棱 BB_1 上，且 $AB \perp B_1C$.

(1) 求证： $AB \perp$ 平面 BCC_1B_1 ；

(2) 若四边形 ABB_1A_1 的面积为 3， AA_1 与 CC_1 的距离为 $\sqrt{2}$ ， $AC_1 = 3\sqrt{3}$ ，求平面 A_1BC 与平面 ABB_1A_1 所成锐二面角的余弦值.



20. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>1>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，过点 $M(1, 0)$ 的直线 l 交椭圆

C 于点 A, B ，且当 $l \perp x$ 轴时， $|AB| = \sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 记椭圆 C 的左焦点为 F ，若过 F, A, B 三点的圆的圆心恰好在 y 轴上，求直线 AB 的方程.

21. (12 分)

设函数 $f(x) = (\frac{1}{2}x^2 + ax)(\ln x - \ln a) - \frac{1}{4}x^2 - ax$.

(1) 当 $a=1$ 时，求曲线 $f(x)$ 在点 $(e, f(e))$ 处的切线方程；

(2) 证明：存在 $x_0 \in (0, +\infty)$ ，使得当 $1 < a < 2$ 时， $f(x_0) < -\frac{5}{8}(2 + \ln a)e^{a-1}$.

(二) 选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题记分.

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha \\ y = 2 + \sin \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数}).$

(1) 求曲线 C_1 与 y 轴的交点坐标；

(2) 以坐标原点 O 为极点，以 x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系. 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{3}) = 2$ ， C_1 与 C_2 交于 A, B 两点，求 $\angle AOB$ 的大小.

23. [选修 4—5：不等式选讲] (10 分)

已知 $a > b > 0$ ，且 $a+b = \frac{3}{a} + \frac{3}{b}$ ，函数 $f(x) = |x-a| + |x-b|$ 的最小值为 2.

(1) 求 a, b 的值；

(2) 求 $\sqrt{3-at} + \sqrt{bt}$ 的最大值.

绵阳市高中2021级第三次诊断性考试
理科数学答题卡

姓名 _____ 班级 _____

考号

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

考生禁填 (填涂说明: 缺考考生由监考员贴条形码, 并用2B铅笔填涂右边缺考标记)

--

注意
事项

- 答题前, 考生先将自己的姓名、班级、考号用0.5毫米的黑色墨水签字笔填写清楚, 并认真核对条形码上的学校、姓名、考号。
- 选择题使用2B铅笔填涂, 非选择题用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚; 按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
- 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要损坏; 选择题修改时用橡皮擦擦干净, 不留痕迹。其他试题修改禁用涂改液和不干胶条。
- 填涂示例: 正确填涂法

--

 错误填涂法

--

--

--

选择题 (考生须用2B铅笔填涂)

1	<table border="1"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table>	A	B	C	D	6	<table border="1"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table>	A	B	C	D	11	<table border="1"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table>	A	B	C	D
A	B	C	D														
A	B	C	D														
A	B	C	D														
2	<table border="1"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table>	A	B	C	D	7	<table border="1"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table>	A	B	C	D	12	<table border="1"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table>	A	B	C	D
A	B	C	D														
A	B	C	D														
A	B	C	D														
3	<table border="1"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table>	A	B	C	D	8	<table border="1"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table>	A	B	C	D						
A	B	C	D														
A	B	C	D														
4	<table border="1"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table>	A	B	C	D	9	<table border="1"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table>	A	B	C	D						
A	B	C	D														
A	B	C	D														
5	<table border="1"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table>	A	B	C	D	10	<table border="1"><tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table>	A	B	C	D						
A	B	C	D														
A	B	C	D														

非选择题 (考生须用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写)

二、填空题 (20分)

13. _____

14. _____

15. _____

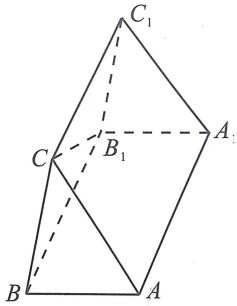
16. _____

三、解答题 (70分)

17. (12分)

18. (12分)

19. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题 请考生从给出的22、23两题中任选一题作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题的题号涂黑，注意选做题目的题号必须与所涂题号一致，如果多做，则按所做的第一题记分。
我所选择的题号是

22 23

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第4页 共6页

绵阳市教育科学研究所 监制

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第5页 共6页

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

理科数学答题卡 第6页 共6页