

绵阳市高中 2021 级第三次诊断性考试

文科数学

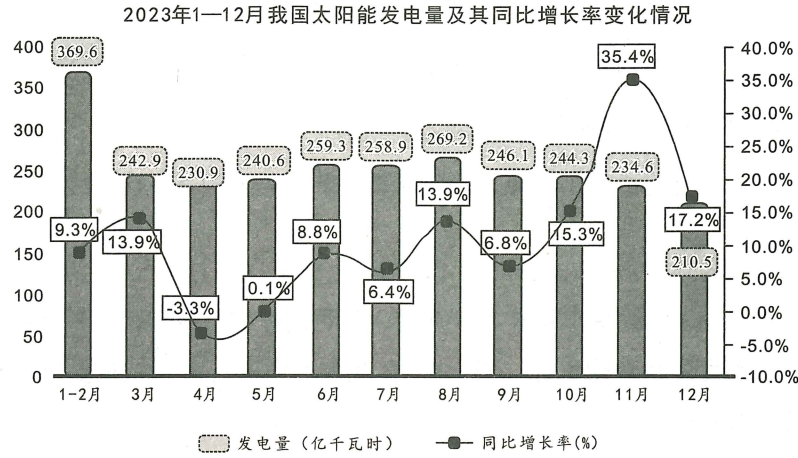
注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

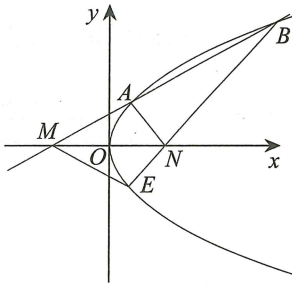
一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z = 2 - i$ ，则 $|z^2| =$
A. $\sqrt{5}$ B. 4 C. 5 D. 25
2. 已知集合 $A = \{x | x^2 < 9\}$ ， $B = \{x | x - 2 \leq 0\}$ ，则 $A \cap B =$
A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{-2, 2\}$
C. $\{x | 2 \leq x < 3\}$ D. $\{x | -3 < x \leq 2\}$
3. 如右图是一个几何体的三视图，则该几何体的体积为
A. 16 B. 24
C. 40 D. 48
4. 用 1, 3, 4 三个数字组成无重复数字的三位数，其中小于 300 的概率为
A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$
5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，满足 $a_1 = 1$ ， $S_4 = 3S_3 + 1$ ，则 $a_3 =$
A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. 9 D. 27
6. 若函数 $f(x) = \cos(\pi x + \varphi)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称，在下列选项中，() 不是 $f(x)$ 的零点
A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{2}$
7. 已知单位向量 a, b 的夹角为 60° ， $\overrightarrow{AB} = a + b$ ， $\overrightarrow{OB} = a - \lambda b$ ， $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ (O, A 不重合)，则 λ 的值为
A. $-\frac{1}{2}$ B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

8. 国家统计局统计了 2023 年全国太阳能月度发电量当期值（单位：亿千瓦时），并与上一年同期相比较，得到同比增长率（注：同比增长率 = $\frac{\text{今年月发电量} - \text{去年同期月发电量}}{\text{去年同期月发电量}} \times 100\%$ ），如右统计图，下列说法不正确的是



- A. 2023 年第一季度的发电量平均值约为 204
 - B. 2023 年至少有一个月的发电量低于上一年同期发电量
 - C. 2022 年 11 月发电量也高于该年 12 月发电量
 - D. 2023 年下半年发电量的中位数为 245.2
9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \lg(-x+1), & x \leq 0, \\ x^3 - ax, & x > 0 \end{cases}$ 存在 x_0 使得 $f(x_0) < 0$ ，则实数 a 的取值范围是
A. $[0, +\infty)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-\infty, -1]$ D. $(-\infty, 0)$
10. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB \perp BD$ ， $BC = 2\sqrt{5}$ ， $CD = 2$ ，沿对角线 BD 将三角形 ABD 折起，所得四面体 $A-BCD$ 外接球的表面积为 24π ，则异面直线 AB 与 CD 所成角为
A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°
11. 若函数 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - x + b \ln x$ ($a \neq 0$) 有唯一极值点，则下列关系式一定成立的是
A. $a > 0, b < 0$ B. $a < 0, b > 0$
C. $ab < \frac{1}{4}$ D. $ab > 0$
12. 如图，过点 $M(-1, 0)$ 的直线交抛物线 $C: y^2 = 2x$ 于 A, B 两点，点 A 在 M, B 之间，点 N 与点 M 关于原点对称，延长 BN 交抛物线 C 于 E ，记直线 AN 的斜率为 k_1 ，直线 ME 的斜率为 k_2 ，当 $k_1 = 3k_2$ 时，直线 AB 的斜率为
A. $\frac{2}{3}$ B. 1
C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$



二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知 $a=(\sin \alpha, \cos \alpha)$, $b=(2, 1)$, 若 $a \parallel b$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

14. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{n} = 1 (m>0, n>0)$, 若 $\frac{m}{n} = 2$, 则该双曲线的离心率为 _____.

15. 底面半径为 4 的圆锥被平行于底面的平面所截, 截去一个底面半径为 1, 母线长为 3 的圆锥, 则所得圆台的侧面积为 _____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上一点, $BD=3CD$, 若 $\angle BAD=2\angle DAC=2\angle ABD$, 且 $\triangle ACD$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $AD=$ _____.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题：共 60 分.

17. (12 分)

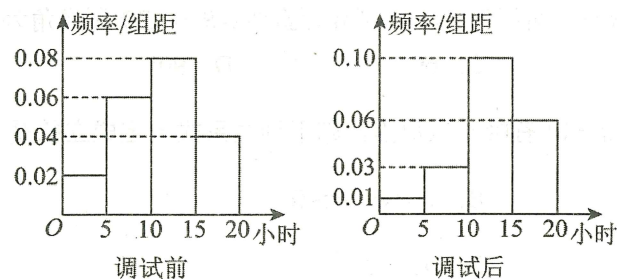
已知数列的 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n , 且满足 $6S_n - 4a_n = 1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 令 $b_n = S_{2n+1}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12 分)

某工厂生产某款电池, 在满电状态下能够持续放电时间不低于 10 小时的为合格品, 工程师选择某台生产电池的机器进行参数调试. 在调试前后, 分别在其产品中随机抽取样本数据进行统计, 制作了如下频率分布直方图和 2×2 列联表:



(1) 求调试前生产的电池平均持续放电时间, 及列联表中 a 的值;

(2) 根据列联表分析, 能否有 95% 的把握认为参数调试影响了产品质量?

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

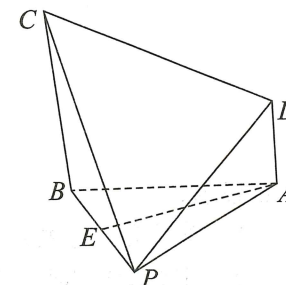
$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

19. (12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=AP$, 平面 $PAB \perp$ 平面 PBC , 平面 $PCD \perp$ 平面 PBC .

(1) 点 E 是 PB 的中点, 求证: $AE \parallel$ 平面 PCD ;

(2) 若 $AB=AP=BC=2\sqrt{2}$, $\angle PBC=135^\circ$, 求三棱锥 $C-PBD$ 体积的最大值.



20. (12 分)

设 $f(x) = (\frac{1}{2}x^2 + ax)(\ln x - \ln a) - \frac{1}{4}x^2 - ax$.

(1) 当 $a=1$, 求 $f(x)$ 在点 $(e, f(e))$ 处的切线方程;

(2) 当 $a>1$ 时, 证明: $f(x) > -\frac{5}{4}(1+\ln a)e^{a-1}$.

21. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>1>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 过点 $M(1, 0)$ 的直线 l 交椭圆

C 于点 A, B , 且当 $l \perp x$ 轴时, $|AB| = \sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 记椭圆 C 的左焦点为 F , 若过 F, A, B 三点的圆的圆心恰好在 y 轴上, 求直线 l 的斜率.

(二) 选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha \\ y = 2 + \sin \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数}).$

(1) 求曲线 C_1 与 y 轴的交点坐标;

(2) 以坐标原点 O 为极点, 以 x 轴正半轴为极轴, 建立极坐标系. 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{3}) = 2$, C_1 与 C_2 交于 A, B 两点, 求 $\angle AOB$ 的大小.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10 分)

已知 $a>b>0$, 且 $a+b = \frac{3}{a} + \frac{3}{b}$, 函数 $f(x) = |x-a| + |x-b|$ 的最小值为 2.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 求 $\sqrt{3-at} + \sqrt{bt}$ 的最大值.

绵阳市高中2021级第三次诊断性考试
文科数学答题卡

姓名 _____ 班级 _____

考号

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

考生禁填 (填涂说明: 缺考考生由监考员贴条形码, 并用2B铅笔填涂右边缺考标记)

--

贴条形码区(监考员贴)
(正面朝上切勿贴出虚线框外)

注意
事项

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、班级、考号用0.5毫米的黑色墨水签字笔填写清楚, 并认真核对条形码上的学校、姓名、考号。

2. 选择题使用2B铅笔填涂, 非选择题用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚; 按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。

3. 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要损坏; 选择题修改时用橡皮擦擦干净, 不留痕迹。其他试题修改禁用涂改液和不干胶条。

4. 填涂示例: 正确填涂法 ☒ 错误填涂法 ☐ ☐ ☒

选择题 (考生须用2B铅笔填涂)

1	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D
2	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D
3	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D
4	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D
5	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D
6	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D
7	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D
8	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D
9	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D
10	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D
11	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D
12	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D

非选择题 (考生须用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写)

二、填空题 (20分)

13. _____ 14. _____
15. _____ 16. _____

三、解答题 (70分)

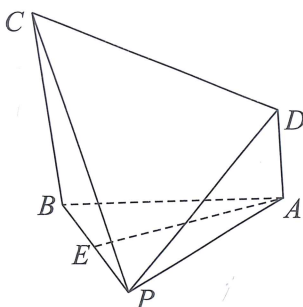
17. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

18. (12分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

19. (12分)



请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选考题 请考生从给出的22、23两题中任选一题作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题的题号涂黑，注意选做题目的题号必须与所涂题号一致，如果多做，则按所做的第一题记分。
我所选择的题号是 ☐ 22 ☐ 23

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

文科数学答题卡 第4页 共6页

绵阳市教育科学研究所 监制

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

文科数学答题卡 第5页 共6页

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

文科数学答题卡 第6页 共6页