

2020-2021 学年（下）期中教学质量测评

九年级数学 答案

一. 选择题（每小题 3 分，共 30 分.）

1. A 2. B 3. A 4. C 5. D 6. D 7. C 8. B 9. B 10. D

二. 填空题（本大题共 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分）

11. 2 12. $x > -1$ 13. $-\frac{12}{2}$ 14. 6

三. 解答题（本大题共 6 个小题，共 54 分）

15. 计算（本小题满分 12 分，每题 6 分）

$$(1) \text{解: 原式} = 1 + 9 + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 - \sqrt{2}$$

$$= 12$$

$$\text{解: } \begin{cases} \frac{3}{2}(2-x) + x \leq 5 \text{ ①} \\ \frac{3x+1}{2} + 1 > 2x \text{ ②} \end{cases},$$

由①得 $x \geq -4$,

由②得 $x < 3$,

所以原不等式组的解集为 $-4 \leq x < 3$

图略

16. （本小题满分 6 分）

$$\text{解: 原式} = \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x+1} \right) \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{-1}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2} = -\frac{1}{x-1}$$

$$\text{当 } x = \sqrt{3} + 1 \text{ 时, 原式} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

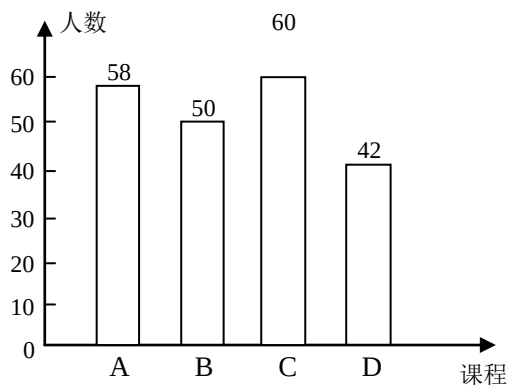
17. （本小题满分 8 分）

17. 解:

(1) 210

(2)

课程选择情况条形统计图



(3) 列表可得

甲 \ 乙	A	B	C	D
A	(A, A)	(A, B)	(A, C)	(A, D)
B	(B, A)	(B, B)	(B, C)	(B, D)
C	(C, A)	(C, B)	(C, C)	(C, D)
D	(D, A)	(D, B)	(D, C)	(D, D)

由表格可得，甲，乙两名同学选课总的情况有 16 种，恰好是甲，乙选择同一门课程的情况

有 4 种， $\therefore$ 甲、乙两位同学选择同一门课程的概率为 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

18. (本小题满分 8 分)

解：过点 N 作 $EF \parallel AC$ 交 AB 于点 E，交 CD 于点 F.

则 $AE = MN = CF = 1.7$ ， $EF = AC = 47$ ， $\angle BEN = \angle DFN = 90^\circ$ ，

$EN = AM$ ， $NF = MC$ ，

则 $DF = CD - CF = 18.7 - 1.7 = 17$.

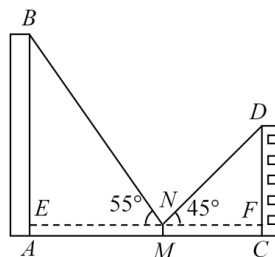
在 $Rt\triangle DFN$ 中， $\because \angle DNF = 45^\circ$ ，

$\therefore NF = DF = 17$.

$\therefore EN = EF - NF = 30$.

在 $Rt\triangle BEN$ 中， $\because \tan \angle BNE = \frac{BE}{EN}$ ，

$\therefore BE = EN \cdot \tan \angle BNE = 30 \times \tan 55^\circ \approx 30 \times 1.43 = 42.9$.



$$\therefore AB = BE + AE = 42.9 + 1.7 \approx 44.$$

答：居民楼 AB 的高度约为 44m.

19. (本小题满分 10 分)

解：(1) 将点 $A(-1, 2)$ 代入 $y = mx + 1$ ($k \neq 0$) 中，得 $-m + 1 = 2$ ，

$\therefore m = -1$ ，一次函数的解析式为： $y = -x + 1$

将点 $A(-1, 2)$ 代入 $y = \frac{n}{x}$ ($n < 0$) 中得 $n = -2$ ；反比例函数的解析式为： $y = \frac{-2}{x}$

(2) ①当点 C 在点 A 下方时，

过点 A 作 $AG \perp x$ 轴，交直线 CD 于点 H ，

$\because CD$ 平行于 x 轴， $\therefore \triangle ACD \sim \triangle AEB$ ， $\therefore$

$$\left(\frac{AC}{AE}\right)^2 = \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle AEB}} = \left(\frac{AH}{AG}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{AH}{AG} = \frac{1}{2}, \quad \because \text{点 } A(-1, 2), \quad \therefore \text{点 } C \text{ 的纵坐标为 } 1. y = 1$$

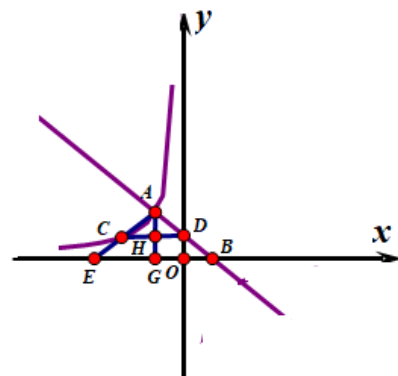
代入 $y = \frac{-2}{x}$ 中 $\therefore C$ 点坐标为 $(-2, 1)$.

设直线 AC 表达式： $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，把 A 、 C 坐标代入得

$$\begin{cases} -2k + b = 1 \\ -k + b = 2 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$\therefore AC$ 解析式的为： $y = x + 3$ 当 $y = 0$ 时 $x = -3$ 点 E 的坐标为 $(-3, 0)$

②当点 P 在点 A 上方时，同理可得，点 E 的坐标为 $(-\frac{5}{3}, 0)$



20. (本题满分 10 分)

解：(1) 证明：如图 1，连接 OC ，

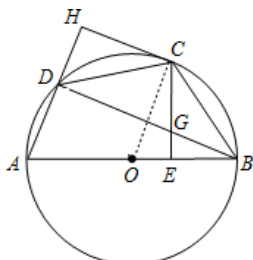


图1

$\because CH$ 是 $\odot O$ 的切线， $\therefore OC \perp CH$ ， $\because AH \perp CH$ ， $\therefore AH \parallel OC$ ， $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径 $\therefore AD \perp BD$ $\therefore OC \perp BD$ ， $\therefore \widehat{BC} = \widehat{CD}$ ， $\therefore BC = CD$;

(2) 解：如图 2，延长 CE 交 $\odot O$ 于点 F ， OC 交 BD 于点 M

在 Rt△ADM 中，由勾股定理得：

$$AD^2 + DM^2 = AM^2,$$

$$\therefore 2CD^2 + AD^2 = BD^2,$$

$$\because A(-3, 0), B(1, 0), C(-1, 2),$$

$$\therefore AB=4, AC=BC=2\sqrt{2},$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2, \quad \therefore \angle ACB = 90^\circ, \quad \therefore \angle CBA = \angle CAB = 45^\circ,$$

$$\because \text{四边形 } ABCD \text{ 是和直四边形}, \quad \therefore \angle ADC + \angle ABC = 90^\circ, \quad \therefore \angle ADC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = 90^\circ + \angle ABC = 135^\circ, \quad \therefore \angle ADC + \angle AEC = 180^\circ,$$

$$\therefore A, D, C, E \text{ 四点共圆}, \quad \therefore \angle ACE = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle CAE + \angle ACE = \angle CAE + \angle EAB = 45^\circ, \quad \therefore \angle EAB = \angle ACE,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle ADB, \quad \therefore \angle ABE = \angle DBA, \quad \therefore \triangle ABE \sim \triangle DBA,$$

$$\therefore \frac{BE}{AB} = \frac{AE}{AD}, \quad \therefore \frac{AE}{BE} = \frac{AD}{AB}, \quad \therefore t = \frac{AD}{4}, \quad \text{设 } D(x, y),$$

$$\therefore BD^2 = 2CD^2 + AD^2, \quad \therefore (x-1)^2 + y^2 = 2[(x+1)^2 + (y-2)^2] + (x+3)^2 + y^2,$$

整理得 $(x+3)^2 = 4y - y^2$, 作 DH 垂直于 x 轴于点 H,

$$\text{在 Rt}\triangle ADH \text{ 中}, AD = \sqrt{AH^2 + DH^2} = \sqrt{(x+3)^2 + y^2} = 2\sqrt{y}, \quad \therefore y = 4t^2$$

二.解答题（共 30 分）

26.（本小题满分 8 分）

$$\text{解：（1）由题意得：}(x-40)(-20x+2600)=36000,$$

$$\text{解得，} x_1=70, x_2=100.$$

$\therefore$ 这种商品可定价为每件 70 元或 100 元.

（2）由题意得：

$$w = (x-40)(-20x+2600) = -20x^2 + 3600x - 130000,$$

$$\therefore a = -20 < 0, \text{ 对称轴为 } x=90,$$

$\therefore$ 当 $x < 90$ 时， w 随 x 的增大而增大.

$\therefore$ 该商品的每件售价不得高于 60 元，每件售价不低于进货价 50 元，

$$\therefore 40 \leq x \leq 60.$$

$\therefore$ 当 $x=60$ 时， w 取得最大值，此时 $w=28000$.

$\therefore$ 售价定为每件 60 元可获得最大利润，最大利润是 28000 元.

27.（本小题满分 10 分）

解：（1） $\angle D = \angle AMP$.

理由如下： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle D + \angle DMA = 60^\circ.$$

由旋转的性质知， $\angle DMA + \angle AMP = 60^\circ$.

$$\therefore \angle D = \angle AMP;$$

（2）如图，过点 C 作 $CG \parallel BA$ 交 MP 于点 G .

$$\therefore \angle GCP = \angle B = 30^\circ, \angle BCG = 150^\circ. \quad \because \angle ACB = 90^\circ, \text{点 } M \text{ 是 } AB \text{ 的中点},$$

$$\therefore CM = \frac{1}{2}AB = BM = AM. \quad \therefore \angle MCB = \angle B = 30^\circ. \quad \therefore \angle MCG = 120^\circ.$$

$$\because \angle MAD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ. \quad \therefore \angle MAD = \angle MCG.$$

$$\because \angle DMG - \angle AMG = \angle AMC - \angle AMG, \quad \therefore \angle DMA = \angle GMC.$$

在 $\triangle MDA$ 与 $\triangle MGC$ 中，

$$\begin{cases} \angle MAD = \angle MCG \\ AM = CM \\ \angle DMA = \angle GMC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle MDA \cong \triangle MGC \text{ (ASA)}. \quad \therefore AD = CG. \quad \because BC = 3CP. \quad \therefore CP = \frac{1}{4}BP.$$

$$\because CG \parallel BM, \quad \therefore \triangle CGP \sim \triangle BMP. \quad \therefore \frac{CG}{BM} = \frac{CP}{BP} = \frac{1}{4}.$$

设 $CG = AD = t$ ，则 $BM = 4t$ ， $AB = 8t$.

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中}, \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad \therefore BC = 4\sqrt{3}t. \quad \therefore \frac{BC}{AD} = 4\sqrt{3};$$

（3）连接 CD' ，

当点 D 与 A 重合时， D' 与点 C 重合，

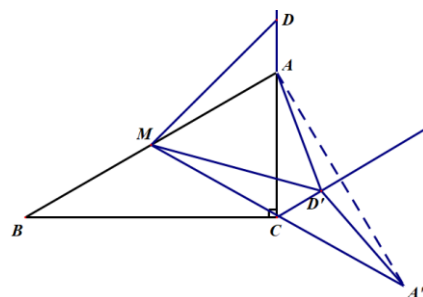
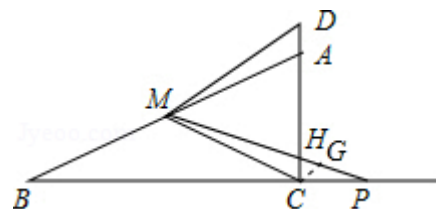
当点 D 与 A 不重合时，易证 $\triangle MAD$ 与 $\triangle MCD$ 全等

$$\therefore \angle MCD' = \angle MAD = 120^\circ$$

$$\therefore \angle ACD' = 60^\circ$$

$\therefore D'$ 在直线 CD' 上运动

作点 A 关于直线 CD' 的对称点 A' ，连接 MA'



$$\therefore \angle ACA' + \angle MCA = 180^\circ$$

$\therefore A', C, M$ 三点共线, 即 MA' 与 CD^2 交于点 C

$$\therefore C_{\triangle AMD'} = AM + AD' + MD' = AM + A'D' + MD' \leq AM + MC + CA'$$

$$\therefore C_{\triangle AMD'} = 3AC = 6$$

28. (本小题满分 12 分)

解: (1) $\because$ 点 A 坐标 $(-1, 0)$, $AB=4$, $\therefore$ 点 B 坐标 $(3, 0)$

$\because$ 点 A, B 在 $y = ax^2 + bx - 3$ 上,

$$\therefore \begin{cases} a - b - 3 = 0 \\ 9a + 3b - 3 = 0 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

$\therefore$ 二次函数的解析式 $y = x^2 - 2x - 3$

(2) 如图

$\because DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle OED \sim \triangle OBC$,

$$\therefore \frac{OD}{OC} = \frac{OE}{OB},$$

$\because CD = t, OC = OB = 3$

$\therefore OD = 3 - t$

$$\frac{3-t}{3} = \frac{OE}{3},$$

$\therefore OE = 3 - t$,

$$\therefore S = S_{\triangle OBC} - S_{\triangle OED} - S_{\triangle BEF} - S_{\triangle PCD}$$

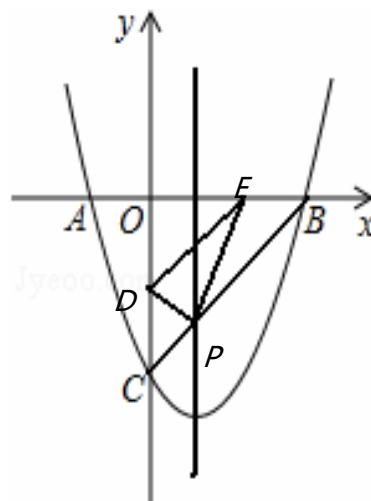
$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times (3-t)^2 - \frac{1}{2} \times t \times 2 - \frac{1}{2} \times t \times 1$$

$$= -\frac{1}{2}t^2 + \frac{3}{2}t$$

$$= -\frac{1}{2}\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{8}$$

$$\because -\frac{1}{2} < 0,$$

$$\therefore \text{当 } t = \frac{3}{2} \text{ 时, } S_{\text{最大}} = \frac{9}{4}. \quad D\left(0, -\frac{3}{2}\right)$$



(3) 存在，点 D' 的坐标为 $(\frac{3\sqrt{13}}{13}, -\frac{9\sqrt{13}}{26})$ $(\frac{9\sqrt{13}}{26}, \frac{3\sqrt{13}}{13})$ $(-\frac{3\sqrt{13}}{13}, \frac{9\sqrt{13}}{26})$

$(-\frac{9\sqrt{13}}{26}, -\frac{3\sqrt{13}}{13})$